

28. Амбарцумян В А *ЖЭТФ* **13** 244 (1943)
29. Varabanenkov Yu N, Kouznetsov V L, Varabanenkov M Yu *Prog. Electromagn. Res., PIER* **24** 39 (1999)
30. Varabanenkov Y N, Varabanenkov M Y, in *PIERS 2006: Progress in Electromagnetics Research Symp., March 26–29, 2006, Cambridge, Mass., USA: Proc.* (Cambridge, Mass.: The Electromagnetics Academy, 2006) p. 10
31. Reid W *Indiana Univ. Math. J.* **8** 221 (1959)
32. Redheffer R *Indiana Univ. Math. J.* **8** 349 (1959)
33. Дорохов О Н *Письма в ЖЭТФ* **36** 259 (1982) [Dorokhov O N *JETP Lett.* **36** 318 (1982); *Solid State Commun.* **44** 915 (1982)]
34. Mello P A, Pereyra P, Kumar N *Ann. Physics* **181** 290 (1988)
35. Кляцкин В И *Метод погружения в теории распространения волн* (М.: Наука, 1986)
36. Varabanenkov Yu N, Kryukov D I *Waves Random Media* **2** (1) 1 (1992)
37. Mello P A, Stone A D *Phys. Rev. B* **44** 3559 (1991)
38. Yablonovitch E *Phys. Rev. Lett.* **58** 2059 (1987); John S *Phys. Rev. Lett.* **58** 2486 (1987)
39. Varabanenkov Yu N, Varabanenkov M Yu *ЖЭТФ* **123** 763 (2003) [*JETP* **96** 674 (2003)]
40. Varabanenkov Yu N, Kalinin M I *Phys. Lett. A* **163** 214 (1992)
41. Газарян Ю Л *ЖЭТФ* **56** 1856 (1969) [Gazaryan Yu L *Sov. Phys. JETP* **29** 996 (1969)]
42. Anderson P W *Phys. Rev.* **109** 1492 (1958)
43. Герцштейн М Е, Васильев В В *Теория вероятностей и ее примен.* **4** 424 (1959) [Gertsenshtein M E, Vasil'ev V V *Theor. Probab. Appl.* **4** 391 (1959)]

PACS numbers: **41.20.** – q, **42.65.**Pc, **85.50.** – n
DOI: 10.3367/UFNr.0179.200905i.0539

Поведение локальных полей в нанорешётках из сильно взаимодействующих атомов: наностраты, гигантские резонансы, "магические" числа и оптическая бистабильность

А.Е. Каплан, С.Н. Волков

С.М. Рытов интересовался многими вещами, в том числе теорией слоистых сред с периодом много меньшим длины волны [*ЖЭТФ* **29** 605 (1955)]. Один из нас, А.Е.К., в течение 20 лет, до 1979 г., бывший участником рытовских семинаров, тоже занимался очень многими и разными вещами, но иногда с удивлением обнаруживал, что его работа становится близка к давним интересам С.М. Рытова. Удивительного здесь, конечно, мало: у С.М. Рытова было чутьё на необычные и фундаментальные вещи, и он часто смотрел далеко вперёд. Наши новые результаты, представленные в этом докладе, — в какой-то мере, эхо тех давних интересов С.М. Рытова.

В настоящем докладе, следуя нашей недавней краткой публикации [1], мы рассматриваем ряд новых эффектов, возникающих в упорядоченных одномерных и двумерных системах из двухуровневых атомов при наличии достаточно сильного дипольного взаимодействия. Мы показали, что в системах с размерами, меньшими длины волны света, распределение наведённых дипольных моментов атомов (а следовательно, и локального поля) может стать существенно неоднородным, образуя страты и двумерные структуры нанометрового масштаба. Такое поведение локального поля в диэлектрической системе существенно расходится с результатами классической теории Лоренца–Лоренца для ло-

кальных полей и приводит к возникновению определяемых размером и геометрией системы резонансов, способных вызвать гигантское усиление локального поля. Нами показано, что нелинейность насыщения в двухуровневых атомах может приводить к оптической бистабильности, в том числе в простейшем случае, когда система состоит всего из двух атомов. Нами также предсказаны "магические" размеры и геометрии системы, при которых локальное поле, в отличие от такового в лоренцевской модели, не вытесняется из системы при частоте электромагнитной волны, совпадающей с частотой резонанса двухуровневого атома.

Как известно из электродинамики сплошных сред, микроскопическое электростатическое поле в среде, действующее на атомы или молекулы (известное как "локальное поле"), как правило, отличается от макроскопического (среднего) поля из-за наличия дипольного взаимодействия между частицами среды. Это отличие является центральным пунктом классической теории локальных полей в диэлектриках, развитой Лоренцем и Лоренцем [2]. Важной, хоть и неявной предпосылкой этой теории является предположение о том, что локальное поле практически не изменяется от атома к атому на масштабах, гораздо меньших длины световой волны λ . Таким образом, эта теория фактически опирается на так называемое приближение среднего поля.

Стремительное развитие нанотехнологий открыло возможность создания искусственных систем, состоящих из сильно взаимодействующих частиц, в которых априорное предположение об однородности локального поля являлось бы неверным. Вполне естественно было бы предположить, что отказ от приближения среднего поля при описании локальных полей способен привести к открытию множества новых интересных эффектов, подобно тому, как переход от макроскопической теории Кюри–Вейсса к модели Изинга значительно расширил возможности для описания магнитных материалов [3]. При этом, конечно, не следует ожидать полной аналогии в описании локальных полей и магнитных сред. В рассматриваемом нами случае можно ожидать ещё более интересных находок, поскольку электрические диполи, наводимые локальным полем в атомах, определяются падающей электромагнитной волной, в отличие от статических магнитных диполей в модели Изинга. Другим фундаментальным отличием нашей работы является рассмотрение очень небольших систем (размером менее длины волны), в то время как большинство исследований в теории магнетизма сосредоточено на построении макроскопического ("термодинамического") описания среды.

В этом докладе на основе результатов, впервые кратко изложенных в нашей недавно опубликованной работе [1], будет продемонстрировано, что принятие во внимание значительных изменений локального поля от атома к атому на масштабе, меньшем длины волны, открывает путь к описанию многих новых эффектов в упорядоченных системах сильно взаимодействующих атомов: гигантских резонансов локального поля, "магических" размеров и геометрий системы, оптической бистабильности и гистерезиса. Особенно важно, что наше исследование открывает совершенно новый подход в теории взаимодействия света с веществом. Как следует из наших расчётов, различные внешние условия могут привести к нарушению плавного изменения локального поля от атома к атому, порождая почти периодические

страты или более сложные структуры (patterns) из наведённых дипольных моментов. Этот эффект наиболее чётко выражен в одномерных и двумерных диэлектрических системах из упорядоченных атомов, молекул, квантовых точек, кластеров или других резонансных частиц. Резонансный характер взаимодействия этих частиц с полем световой волны позволяет управлять анизотропией и силой взаимодействия между частицами. Если при этом световая волна распространяется перпендикулярно к одномерной или двумерной решётке из атомов, то мы можем также не учитывать эффект распространения волны.

В общем случае возможно возникновение двух различных типов дипольных страт: коротковолновых, с периодом до четырёх межатомных расстояний, и длинноволновых. Эти страты могут быть интерпретированы как стоячие волны возмущений локального поля в системе, которые далее мы будем называть "локситонами" (locsitons). Локситоны имеют электростатическую природу и могут обладать очень малой групповой скоростью. Их можно отнести к френкелевским экситонам [4], поскольку в рассматриваемых нами системах электроны связаны с атомами и перенос заряда отсутствует.

В первом приближении рассматриваемый нами эффект линеен относительно внешнего поля, при этом возникновение локситонов возможно в полосе частот, гораздо большей ширины атомного резонанса. По существу, мы имеем дело с уширением Раби для спектральной линии резонансного атома за счёт сильного межатомного взаимодействия. Управление дипольными стратами возможно посредством изменения поляризации лазерного излучения и безразмерного коэффициента связи между атомами Q , который, в свою очередь, зависит от расстояния между атомами, величины дипольного момента и спектральной ширины линии резонансного перехода в атоме, а также от отстройки частоты лазера относительно частоты атомного резонанса. При $|Q| > Q_{cr} = O(1)$ плавное изменение локального поля от атома к атому может быть нарушено из-за наличия границ, неоднородностей, дефектов решётки и т.п. Одним из наиболее ярких проявлений этого эффекта является возникновение гигантских резонансов локального поля, обусловленных собственными колебаниями локситонов в цепочках и решётках с конечными размерами. Другой интересный и неожиданный эффект состоит в отсутствии вытеснения локального поля из системы при точной настройке частоты лазера на атомный резонанс, если система содержит в себе определённое "магическое" число атомов. Кроме того, при наличии нелинейности насыщения в системе возможно появление различных типов оптической бистабильности и гистерезиса.

Рассматриваемая нами модель основана на дипольном взаимодействии между атомами. Малый размер системы позволяет нам не учитывать запаздывание, поэтому, как и в классической теории локальных полей [2], мы будем опираться на тот факт, что поле диполя в ближней зоне имеет преимущественно квазистатический, безызлучательный характер. Частота падающего лазерного излучения ω мало отличается от резонансной частоты ω_0 атома, который мы будем приближённо считать двухуровневой системой [5–7] с дипольным моментом квантового перехода d_a . Локальное поле, действующее на атом, расположенный в точке с координатами \mathbf{r} , может быть представлено в виде суммы поля

\mathbf{E}_{in} падающей на систему световой волны и суммы квазистатических вкладов от всех остальных диполей [8] (координаты которых мы обозначим как \mathbf{r}'), наведённых локальными полями $\mathbf{E}_L(\mathbf{r}')$:

$$\mathbf{E}_L(\mathbf{r}) = \mathbf{E}_{in}(\mathbf{r}) - \frac{Q}{4} \sum_{\text{lattice}} \frac{\mathbf{r}' \neq \mathbf{r}}{|\mathbf{r}' - \mathbf{r}|^3} \times \frac{3\mathbf{u}[\mathbf{E}_L(\mathbf{r}')\mathbf{u}] - \mathbf{E}_L(\mathbf{r}')}{1 + |\mathbf{E}_L(\mathbf{r}')|^2/[E_{sat}^2(1 + \delta^2)]}, \quad (1)$$

где \mathbf{u} — единичный вектор, направленный вдоль $\mathbf{r} - \mathbf{r}'$, $\delta = T\Delta\omega = T(\omega - \omega_0)$ — безразмерная отстройка частоты лазера от частоты атомного резонанса, $E_{sat}^2 = \hbar^2 \epsilon / (|d_a|^2 \tau T)$ — интенсивность насыщения двухуровневой системы. Безразмерный параметр

$$Q = \frac{4|d_a|^2 T}{\epsilon \hbar^3 (\delta + i)}, \quad (2)$$

характеризующий силу дипольного взаимодействия между соседними атомами, зависит от $T = 2/\Gamma$ — времени поперечной релаксации двухуровневого атома с однородной шириной спектральной линии Γ , времени его продольной релаксации (времени жизни в возбуждённом состоянии) τ и диэлектрической проницаемости среды ϵ , содержащей резонансные атомы. Мы также предполагаем, что расстояние между соседними атомами l_a достаточно велико для того, чтобы не допустить перекрытия электронных орбиталей соседних атомов, так что $l_a \gg |d_a|/e$. Это предположение фактически присутствует и в лоренцевской теории локального поля [5–7], опирающейся на классическое описание взаимодействия между атомами и молекулами. Кардинальным отличием нашего подхода от стандартной лоренцевской теории является отсутствие неявного усреднения локального поля по всем соседним узлам кристаллической решётки, проявляющегося в предположении, что $\mathbf{E}_L(\mathbf{r}) = \mathbf{E}_L(\mathbf{r}')$, а также в отказе от воображаемой сферы, окружающей рассматриваемый атом, за пределами которой в лоренцевской теории среда считается непрерывной.

Обнаруженные нами эффекты могут быть существенно усилены за счёт больших дипольных моментов атомных переходов, которые можно встретить, например, в парах щелочных металлов, CO_2 , узкополосных резонансах в твёрдых телах [9], квантовых точках, кластерах и т.п. Во многих из этих случаев появление локситонов становится возможным даже при значениях l_a , достигающих нескольких десятков нанометров. Следует отметить, что описание поверхностных плазмонов в металлодиэлектрических композитных материалах [10, 11], как правило, требует более сложного теоретического подхода, учитывающего поле, создаваемое диполями в дальней зоне, поэтому рассмотрение данного случая выходит за рамки нашего доклада.

Рассмотрим сначала более простую задачу о нахождении локального поля в одномерной цепочке атомов, выстроенных вдоль оси z с одинаковыми межатомными расстояниями l_a (рис. 1). Лазерный пучок, который падает перпендикулярно к цепочке, может быть поляризован либо вдоль неё ($\mathbf{E}_{in} \parallel \hat{\mathbf{e}}_z$), наводя дипольные моменты в атомах вдоль оси цепочки, либо перпендикулярно к ней ($\mathbf{E}_{in} \perp \hat{\mathbf{e}}_z$), соответственно выстраивая диполи по нормали к цепочке параллельно друг к другу.

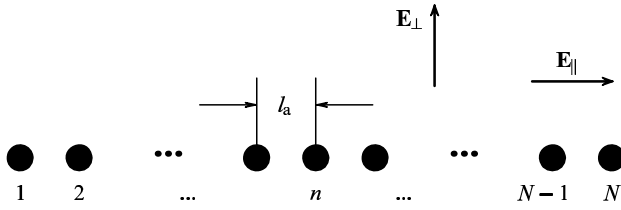


Рис. 1. Геометрия одномерной задачи: локальное поле в цепочке резонансных атомов. Световая волна распространяется по нормали к рисунку.

В обоих случаях мы имеем $\mathbf{E}_L \parallel \mathbf{E}_{in}$, так что уравнения для поля сводятся к скалярным. Вводя безразмерные величины $\mathcal{E}_n = [E_L(\mathbf{r}_n)/E_{in}]_{(p)}$, где $(p) = \parallel, \perp$ обозначает поляризацию поля, мы можем записать уравнение (1) для каждой из поляризаций как

$$\mathcal{E}_n - \frac{\delta_R}{2(\delta + i)} \sum_{\text{chain } j \neq n} \frac{\mathcal{E}_j/S}{|j - n|^3} = 1, \quad (3)$$

где $1 \leq n, j \leq N$,

$$\delta_R = -4SF_{(p)} \frac{|d_a|^2 T}{\varepsilon \hbar l_a^3}, \quad (4)$$

а суммирование в уравнении (3) производится по всем атомам одномерной цепочки, что приводит к появлению коэффициента $S = \sum_{j=1}^{\infty} j^{-3} \approx 1,202$. Коэффициент $F_{(p)}$ определяется поляризацией поля: $F_{\parallel} = 1$ и $F_{\perp} = -1/2$. В приближении ближнего соседа (аналогично тому, как это делается в модели Изинга для магнитных сред) суммирование по всем атомам в уравнении (3) может быть заменено более простой суммой: $\mathcal{E}_{n-1} + \mathcal{E}_{n+1}$ (и тогда можно принять $S = 1$). Решение уравнения (3) в обоих случаях — и с полным суммированием в уравнении (3), и в приближении ближнего соседа — приводит к качественно похожим результатам. В случае системы из двух атомов, рассматриваемом ниже, оба подхода, естественно, совпадают.

При $N \rightarrow \infty$ решение уравнения (3) может быть найдено в виде суммы пространственно однородного "лоренцевского" поля

$$\bar{\mathcal{E}} = \frac{\delta + i}{\delta - \delta_R + i} \quad (5)$$

и волновых составляющих вида $\Delta \mathcal{E} \propto \exp(\pm iqn)$. Волновое число каждого такого пространственно осциллирующего решения $q = 2\pi l_a / \Lambda$, а длина волны Λ , как правило, значительно меньше длины волны падающего света. Здесь можно заметить некоторую аналогию с теорией фононов [4], хотя в рассматриваемом нами случае участвуют возбуждения связанных электронов, а не механических колебаний атомных ядер. Решение уравнения (3) является сильно анизотропным и обладает ярко выраженной зависимостью от поляризации падающей волны. При частоте лазера, точно совпадающей с частотой атомного перехода, т.е. при $\delta = 0$, и наличии сильного дипольного взаимодействия между атомами, при котором $|\delta_R| \gg 1$, однородная "лоренцевская" составляющая локального поля оказывается сильно подавленной:

$$|\bar{\mathcal{E}}_{\text{res}}|^2 = \frac{1}{1 + \delta_R^2} \ll 1. \quad (6)$$

В этом случае поле фактически вытесняется из системы. Максимальное значение $|\bar{\mathcal{E}}|$ принимает при $\delta = \delta_R$:

$$|\bar{\mathcal{E}}_{\text{peak}}|^2 = 1 + \delta_R^2 \gg 1. \quad (7)$$

Значения волновых векторов q находятся из следующего дисперсионного соотношения:

$$\frac{1}{S} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(nq)}{n^3} = \frac{\delta + i}{\delta_R}. \quad (8)$$

(В приближении ближнего соседа всю левую часть этого уравнения можно заменить $\cos(q)$.) В рамках настоящей модели нами было показано, что пространственно осциллирующие решения возникают при $|\delta_R| > 1$ в диапазоне значений частотных отстроек $1 > \delta/\delta_R > -3/4$ (в приближении ближнего соседа этот диапазон становится шире: $|\delta/\delta_R| < 1$). Дипольные страты особенно ярко выражены при $|\delta_R| \gg 1$. О силе дипольного взаимодействия между атомами можно судить по частоте Раби $\Omega_R = \delta_R/T$, которая фактически определяет положение лоренцевского резонанса относительно частоты атомного перехода. Частота Раби задает ширину полосы энергетического спектра, в которой могут существовать локситоны, причём при $|\delta_R| \gg 1$ эта ширина $\sim 2\hbar|\Omega_R| \gg \hbar\Gamma$. Здесь можно провести аналогии с полосами энергетического спектра в твёрдом теле [4] и фотонных кристаллах [12]. В пределе $1 - \delta/\delta_R \ll 1$ (т.е. на границе полосы вблизи лоренцевского резонанса, при $\delta \approx \delta_R$) возникают "длинноволновые" локситоны, для которых

$$q_{LW} \approx \sqrt{1 - \frac{\delta^2}{\delta_R^2}}, \quad (9a)$$

$$\Lambda_{LW} = \frac{2\pi l_a}{q_{LW}}. \quad (9b)$$

Следует отметить, что их длина волны Λ_{LW} может достигать величины $2\pi l_a \delta_R$, оставаясь при этом значительно короче длины падающей световой волны. Характерный пример таких длинноволновых дипольных страт показан на рис. 2 (верхняя кривая). На противоположном конце частотной полосы локситонов (в приближении ближнего соседа это соответствует условию $1 + \delta/\delta_R \ll 1$) возникают коротковолновые локситоны, для которых $q_{sw} \gtrsim \pi$ и $\Lambda_{sw}/2 \gtrsim l_a$ и которые близки к наиболее коротковолновой пространственной осцилляции, способной существовать в дискретной системе.

Поскольку $\Lambda_{sw}/2$, как правило, не кратно l_a , распределение дипольных моментов и соответствующих локальных полей в дискретной цепочке из атомов может иметь более длинноволновую пространственную модуляцию, подобно биениям двух волн с близкими волновыми векторами. Такая модуляция хорошо заметна на средней кривой рис. 2, где $\Lambda_{sw}/2$ весьма близко к l_a . Случай точного резонанса падающей волны с атомным переходом ($\delta = 0$) может рассматриваться как граница, разделяющая частотную полосу локситонов на области с длинноволновыми и коротковолновыми локситонами. Этот граничный случай, при котором $\Lambda = 4l_a$, представлен на рис. 2 нижней кривой.

Проводя аналогии с фононами, можно отметить, что длинноволновые локситоны соответствуют акустическим фононам, а коротковолновые — оптическим. Другую интересную аналогию можно провести с ферромагнитными или ферроэлектрическими материалами, в ко-

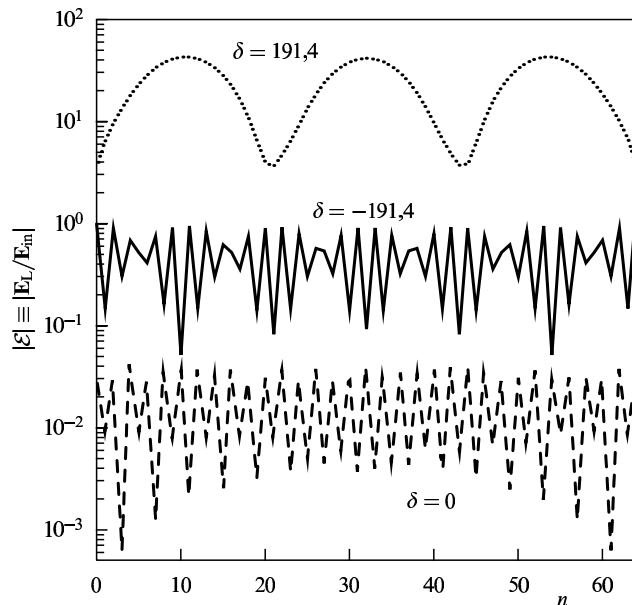


Рис. 2. Дипольные страты в цепочке из $N = 65$ атомов: распределение абсолютной величины локального поля при $\delta_R = 200$ для трёх различных отстроек частоты лазера δ , n — номер атома в цепочке.

торых существует сильное взаимодействие между статическими магнитными или электрическими диполями. При этом наиболее длинноволновые локситоны напоминают ферромагнетики, а наиболее коротковолновые — антиферромагнетики. Подобная аналогия прослеживается и в различии между режимами бистабильности в этих двух предельных случаях, что будет рассмотрено нами далее для простейшего случая — двухатомной системы.

Следует подчеркнуть, что указанная аналогия между локситонами и ферромагнетиками или ферроэлектриками неизбежно является очень ограниченной. Например, при $\delta = 0$ в цепочке атомов возникает своего рода "гибридная" конфигурация наведённых атомных диполей: $\uparrow \circ \downarrow \circ \uparrow \dots$ (что соответствует нижней кривой на рис. 2). Подобные гибридные конфигурации диполей возможны только благодаря наведённому характеру диполей в рассматриваемой нами оптической задаче, они невозможны в случае статических диполей. Таким образом, перестраивая частоту лазерного излучения с одного края частотной полосы локситонов к другому, можно плавно изменять конфигурацию диполей в цепочке из атомов от "ферромагнитного" типа до "антиферромагнитного", проходя при этом через целый спектр различных гибридных конфигураций.

Нами было показано, что в конечной цепочке из атомов возникают резонансы, определяемые размером системы, в какой-то мере подобные резонансам в тонких полуметаллических плёнках [13], длинных органических молекулах [14] или в обычной скрипичной струне. Основное различие состоит в том, что число этих резонансов ограничено числом атомов N . Линейную систему уравнений (3) можно решить, например, используя численные методы решения матричных уравнений при $N \gg 1$, в то время как при небольших N задача может быть решена аналитически. Некоторые результаты применения численного подхода к нахождению локального поля E_L приведены на рис. 2–5.

Для лучшего качественного понимания полученных численных результатов мы также применили следующее

простое приближение. Используя решение для бесконечной цепочки атомов, мы можем приближённо представить решение для конечной цепочки из N атомов в виде суммы однородного "лоренцевского" решения \mathcal{E} для $N = \infty$ и пространственно осциллирующих составляющих $\Delta\mathcal{E} \propto \exp(\pm iqn)$, после чего волновое число резонансного локситона q и резонансная амплитуда $\Delta\mathcal{E}$ находятся из соответствующих граничных условий для локального поля на концах цепочки. В случае рассмотрения полного взаимодействия между атомами возможен только приближённый учёт граничных условий, однако хорошая точность такого приближения для достаточно длинноволновых локситонов была нами подтверждена с помощью многих численных расчётов.

В приближении ближнего соседа описанный метод даёт точное решение задачи, при этом половина длины волны самого длинноволнового резонансного локситона $\Lambda_1/2 = (N+1)l_a$ определяется из условия, что узлы этого собственного колебания локального поля находятся за пределами цепочки на расстоянии l_a от крайних атомов: $\mathcal{E}_0 = \mathcal{E}_{N+1} = 0$. Положения частотных резонансов для локситонов задаются безразмерной частотной отстройкой δ_k , где $0 < k \leq N$:

$$\delta_k = \delta_R \cos q_k, \quad (10a)$$

$$q_k = \frac{\pi k}{N+1}. \quad (10б)$$

Соответствующая длина волны локситонов $\Lambda_k = \Lambda_1/k$. Из соображений симметрии только резонансы, соответствующие нечётным k , могут быть вызваны падающим лазерным пучком с симметричным поперечным распределением поля, а резонансы, соответствующие чётным k , — пучком с антисимметричным профилем. Сплошной кривой на рис. 3 изображены резонансы максимальной

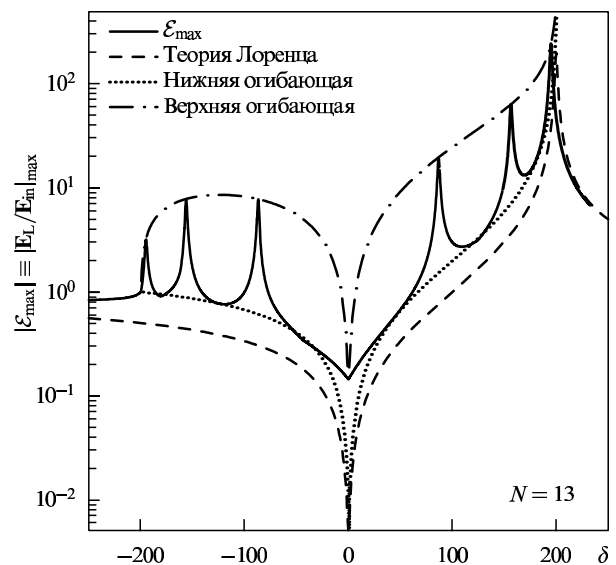


Рис. 3. Появление локситонных резонансов в зависимости нормированной максимальной амплитуды локального поля \mathcal{E}_{\max} в цепочке из $N = 13$ атомов от отстройки частоты лазера δ при $\delta_R = 200$ (сплошная кривая). Для сравнения показаны её нижняя и верхняя огибающие, а также соответствующая зависимость, полученная в классической лоренцевской теории для неограниченных сред (штриховая кривая, отмеченная как "Теория Лоренца").

локального поля

$$\mathcal{E}_{\max} \equiv \max_{0 < n \leq N} |\mathcal{E}_n|$$

на атомах в цепочке, полученные в приближении ближнего соседа в случае однородного распределения амплитуды падающего поля вдоль цепочки при $N = 13$ и $\delta_R = 200$. Нижняя огибающая этой кривой $\mathcal{E}_{\text{low}}(\delta) \approx 2\bar{\mathcal{E}}$, а верхняя огибающая, полученная в приближении ближнего соседа, описывается следующим выражением:

$$\mathcal{E}_{\text{up}} \approx \begin{cases} \bar{\mathcal{E}} \left(n_\delta + \frac{1}{n_\delta} \right) & \text{при } n_\delta \leq 1, \\ 2\bar{\mathcal{E}} & \text{при } n_\delta > 1, \end{cases} \quad (11a)$$

где

$$n_\delta = \frac{N+1}{2\sqrt{\delta_R^2 - \delta^2}}. \quad (11b)$$

По мере возрастания N резонансы начинают сливаться друг с другом, ослабевая при приближении к $N \sim \delta_R$. Однако даже при больших N нижняя огибающая \mathcal{E}_{low} в два раза превосходит величину локального поля $\bar{\mathcal{E}}$, предсказываемую классической лоренцевской теорией (см. формулу (5)).

При $N = 3k - 1$, где k — натуральное число, амплитуда локального поля \mathcal{E}_{\max} , рассчитанная в приближении ближнего соседа, опускается ниже кривой \mathcal{E}_{low} при $\delta = -\delta_R/2$. При такой частотной отстройке δ модуль волнового числа локситона $|q| \approx 2\pi/3$, а его пространственный период $L = 3l_a$. Поскольку L в этом случае оказывается кратным l_a , длинноволновая модуляция пространственного профиля распределения дипольных моментов и локального поля в цепочке из атомов исчезает, приводя к появлению своего рода "антирезонанса" в зависимости локального поля \mathcal{E}_{\max} от δ , иными словами к частичному подавлению локситона в цепочке.

Другим важным и необычным эффектом, обнаруженным нами, является исчезновение резонансного подавления локального поля в системе при определённых "магических" размерах цепочки из атомов. При точном резонансе лазерного излучения с атомным переходом (т.е. при $\delta = 0$) и при $|\delta_R| \gg 1$ локальное поле, рассчитанное в рамках лоренцевской теории, "вытаскивается" из системы (см. уравнение (6)). Мы будем называть этот эффект резонансным подавлением локального поля. Это происходит также в конечных цепочках из атомов при большинстве N . Однако нами было обнаружено, что при некоторых ("магических") N такое резонансное подавление исчезает и локальное поле проникает в систему даже при $\delta = 0$. В приближении ближнего соседа такие "магические" размеры цепочки задаются выражением $N = km_{\text{mag}} + 1$, где k — натуральное число, $m_{\text{mag}} = 4$. Наиболее сильно этот эффект проявляется при $N = 5$, при этом пространственная конфигурация атомных диполей приобретает вид $\uparrow \circ \downarrow \circ \uparrow$, а амплитуды диполей и локального поля становятся максимальными на нечётных атомах ($\mathcal{E}_{\text{mag}} \approx 1/3$), почти полностью исчезая на чётных.

"Магическое" усиление локального поля по сравнению с однородным, лоренцевским, случаем при этом может быть весьма велико: $|\mathcal{E}_{\text{mag}}/\bar{\mathcal{E}}_{\text{res}}| \approx \delta_R/3$. Фактически один из резонансных локситонов, частота которого точно совпадает с частотой атомного перехода, компен-

сирует резонансное подавление локального поля в системе. Такой эффект присутствует и при учёте взаимодействия между всеми атомами в цепочке (см. формулу (3)), при этом $m_{\text{mag}} = 13$. Хотя вмешательство нечистой силы полностью не исключается, мы полагаем, что этот результат основан на свойствах уравнения для волнового вектора локситона q в цепочке из атомов, которое вытекает из уравнения (8) при $\delta = 0$:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(nq)}{n^3} = 0. \quad (12)$$

Наименьший корень уравнения (12) q_1 таков, что q_1/π очень близко к рациональному числу: $(q_1/\pi)/(6/13) = 1,00026\dots$, поэтому длина волны локситона $L = 2\pi/q_1 \approx (13/3)l_a$, а следовательно, одно из кратных $L/2$ будет приблизительно кратно l_a . Таким образом, при $N = 14$ резонансное подавление локального поля исчезает, при этом относительная величина амплитуды поля достигает внушительного значения: $\mathcal{E}_{\text{mag}} \approx 2/15$.

Семантическая ирония состоит в том, что эффекты локального поля являются следствием нелокального характера взаимодействия между атомами. Если поле падающей волны сосредоточено в очень малой пространственной области, то локальное поле может выйти за пределы этой области. Локситоны способны распространяться за пределы той области, в которой они возникли. На краях частотной полосы локситонов, т.е. при $|\delta_R| > |\delta| \gg 1$, групповая скорость локситона $v_{\text{gr}} \approx l_a(\Omega_R^2 - \Delta\omega^2)^{1/2}$ может стать очень малой — меньшей скорости звука в твёрдом теле. Этот эффект может оказаться полезным, например, для создания линий задержки нанометрового масштаба, которые могли бы найти применение в молекулярных компьютерах или интегрированных наноустройствах для обработки оптических сигналов.

В двумерных решётках из резонансных атомов возможно возникновение не только дипольных страт, но и ещё более интересных структур. Рассмотрим, например, правильную треугольную решётку из атомов, на которую действует стоячая электромагнитная волна, поляризованная перпендикулярно к плоскости решётки. Расстояния между атомами очень малы — порядка нескольких нанометров, так что внешнее поле можно считать неизменным на масштабах нескольких десятков и даже сотен атомов. Нами было обнаружено, что если проделать в решётке круглое отверстие, убрав несколько десятков атомов, то при определённых условиях возможно возникновение локализованного локситона — концентрических дипольных страт вокруг этого отверстия, показанных на рис. 4, амплитуда которых быстро спадает по направлению от его границы. Ещё более интересное распределение диполей возникает, если лазерное излучение падает по нормали к решётке и поляризовано в плоскости решётки. Для лучшего качественного понимания решения для локального поля в этом случае мы применили приближение "ближнего кольца" ("near-ring"), являющееся модифицированным вариантом приближения ближнего соседа. В этом приближении мы учитываем взаимодействие каждого атома только с его ближайшим окружением из шести атомов, при этом предполагая, что местоположения этих шести соседей равномерно "размазаны" по окружности диаметром в одно межатомное расстояние l_a . По аналогии с одномерным случаем мы введём безразмерный и не

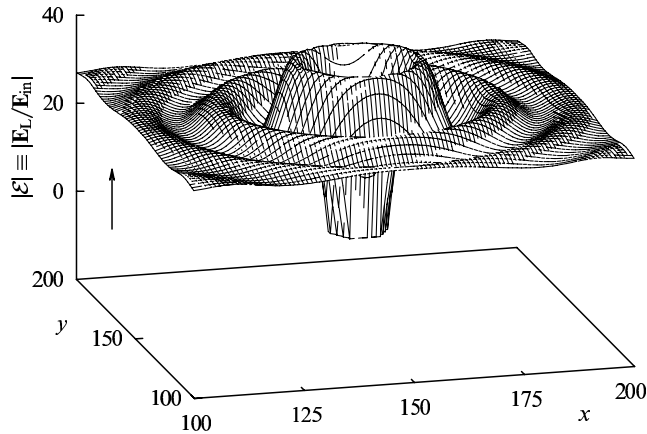


Рис. 4. Возникновение локализованного локситона вокруг отверстия диаметром в 15 межатомных расстояний, проделанного в двумерной треугольной решётке из атомов. Показано распределение локального поля \mathcal{E} в такой системе в случае, когда внешнее поле световой волны поляризовано перпендикулярно к плоскости решётки при $\delta = 100$ и $\tilde{\delta}_R = 69$.

зависящий от поляризации параметр $\tilde{\delta}_R$, отличающийся от δ_R , задаваемого уравнением (4), тем, что мы полагаем $SF_{(p)} = -1$:

$$\tilde{\delta}_R = \frac{|d_a|^2 T}{\varepsilon \hbar l_a^3}. \quad (13)$$

Сравнивая уравнения (2) и (4), можно заметить, что $Q = \tilde{\delta}_R / (\delta + i)$. Заменяя суммирование в уравнении (1) интегрированием по описанному выше "ближнему кольцу", мы получаем простое изотропное выражение для однородного лоренцевского локального поля:

$$\bar{E}_L = \frac{E_{in}}{1 + (3/4)Q}. \quad (14)$$

Можно показать, что выражение (14) остаётся верным не только в приближении ближнего кольца, но и в рамках более точных расчётов, учитывающих структуру двумерной решётки из атомов и зависимость решения от направления волнового вектора локситона \mathbf{q} внутри зоны Бриллюэна. Как и в одномерном случае, мы ищем решение уравнения (1) в виде суперпозиции лоренцевского поля \bar{E}_L и плоскотоволновых локситонов, которые зависят от координат как $\exp(\pm i\mathbf{q}\mathbf{r}/l_a)$. Предполагая, что \mathbf{q} составляет угол ψ с поляризацией падающего лазерного излучения, мы приходим к следующему дисперсионному соотношению для двумерных локситонов, которое является неплохим приближением для относительно длинноволновых локситонов:

$$1 + \frac{3}{4}Q[J_0(q) - 3J_2(q)\cos(2\psi)] = 0, \quad (15)$$

где J_n — функция Бесселя первого рода.

Для достаточно коротковолновых локситонов приближение ближнего кольца неприменимо; этот случай требует более детального рассмотрения, учитывающего симметрию треугольной решётки из атомов и структуру соответствующей зоны Бриллюэна. Нами было показано, что в этом более общем случае решение зависит от направления поляризации падающего лазерного излучения относительно решётки. Обозначим единичный век-

тор, направленный от данного атома к одному из его ближайших соседей, через \mathbf{u}_K (это направление соответствует направлению ГК внутри первой зоны Бриллюэна).

Рассмотрим четыре наиболее интересных случая, задаваемых различными поляризациями и направлениями волнового вектора локситона:

а) $\mathbf{q} \perp \mathbf{E}_{in}, \quad \mathbf{E}_{in} \parallel \mathbf{u}_K,$

б) $\mathbf{q} \perp \mathbf{E}_{in}, \quad \mathbf{E}_{in} \perp \mathbf{u}_K,$

в) $\mathbf{q} \parallel \mathbf{E}_{in}, \quad \mathbf{E}_{in} \parallel \mathbf{u}_K,$

г) $\mathbf{q} \parallel \mathbf{E}_{in}, \quad \mathbf{E}_{in} \perp \mathbf{u}_K.$

Соответствующие дисперсионные соотношения для этих четырёх случаев имеют вид:

а) $\cos \frac{q\sqrt{3}}{2} = 4(1 + Q^{-1}),$

б) $\cos \frac{q}{2} = \frac{1}{8} [5 \pm \sqrt{57 + 64Q^{-1}}],$

в) $\cos \frac{q}{2} = \frac{1}{8} [1 \pm \sqrt{1 + 128(1 - Q^{-1})}],$

г) $\cos \frac{q\sqrt{3}}{2} = \frac{2}{5}(1 - 2Q^{-1}).$

Диполи, наведённые в конечной двумерной решётке, выстраиваются, образуя характерные структуры, когда резонансы для локситонов возникают при одном и том же Q в обоих измерениях. В пределе длинноволновых локситонов ($q \ll 1$) дисперсионные соотношения в случаях а и б совпадают между собой и с результатом, полученным в приближении ближнего кольца (см. уравнение (15)). При этом $\psi = \pi/2$ и $Q \approx -4/3$, а

$$q_a^2 \approx q_b^2 \approx q_{ring}^2 \approx -\frac{32}{3} \left(\frac{3}{4} + \frac{1}{Q} \right). \quad (16)$$

Аналогично можно получить приближённое решение для случаев в и г, для которых $\psi = 0$:

$$q_v^3 \approx q_r^2 \approx q_{ring}^2 \approx \frac{32}{15} \left(\frac{3}{4} + \frac{1}{Q} \right). \quad (17)$$

Используя комбинации случаев а и б или случаев в и г, можно достигнуть одновременных резонансов в обоих направлениях решётки, если сделать её приблизительно квадратной. При этом резонансы для локситонов с волновыми векторами, ориентированными в двух перпендикулярных направлениях, будут иметь один и тот же порядок, а достаточной "квадратности" двумерной треугольной решётки можно добиться, подбирая число атомов вдоль этих направлений. Более коротковолновые локситоны с волновыми векторами, ориентированными в других направлениях, тоже будут присутствовать, но, будучи нерезонансными, они не окажут заметного влияния на возникающую структуру из диполей.

Интерференция локситонов в двумерной атомной решётке может вызвать появление множества различных дипольных структур и страт. Для некоторые из них можно провести аналогию с "квантовыми коврами" ("quantum carpets") [15]. На рисунке 5 показаны векторные структуры, образованные диполями, наведёнными локальным полем в атомах. Атомы расположены в виде

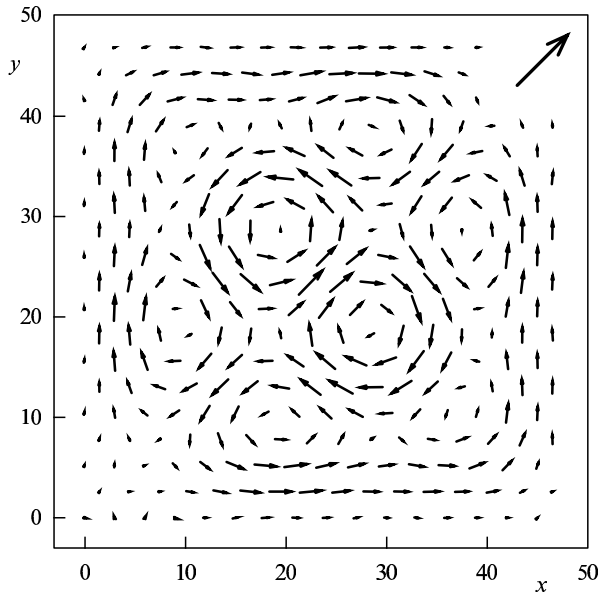


Рис. 5. Образование завихрений в распределении локального поля \mathcal{E} в почти квадратном фрагменте двумерной треугольной атомной решётки при $\delta = -1000$ и $\delta_R = 1316,5$. Чтобы не перегружать рисунок, показан только один из каждых девяти диполей. Поле падающей световой волны (показанное большой стрелкой) поляризовано в плоскости решётки по диагонали квадрата.

правильной треугольной решётки размером 48×56 , что соответствует примерно одинаковой длине сторон решётки. Поле падающей электромагнитной волны однородно и поляризовано по диагонали к решётке. Частота падающей волны подобрана так, что вдоль каждого измерения решётки доминирует третий (по возрастанию волнового числа) резонанс из допустимых симметрией задачи; при этом хорошо заметно образование, по меньшей мере, шести завихрений локального поля. На рисунке 5 показаны мнимые части комплексной амплитуды поля, поскольку именно они доминируют для каждого из резонансных локситонов.

В ограниченных двумерных решётках и других подобных системах из резонансных атомов осуществимы особенно интересные случаи исчезновения резонансного подавления локального поля. В таких системах, в отличие от одномерных цепочек из атомов, "восстановление" локального поля при $\delta = 0$ по сравнению с таковым в однородном, лоренцевском, случае является более значительным и может достигать 100%. Как и в одномерном случае, двумерные "магические" конфигурации атомов опять проявляют некую "каббалистическую" склонность. Так, в приближении ближнего соседа наиболее значительный эффект, с максимальным восстановлением локального поля ($\mathcal{E}_{\max} \approx 1,02$), имеет место только в системе из 13 атомов, расположенных в виде правильной шестиконечной звезды с атомом посередине. Направление и относительная величина локального поля на атомах в такой системе показаны на рис. 6 для случая, в котором поле падающей волны $\mathbf{E}_{in} \parallel \mathbf{u}_K$. Как видно из рисунка, локальное поле оказывается сосредоточенным на внешних и центральном атомах, в то время как внутренний шестиугольник из атомов вытесняет локальное поле почти полностью. При любом нарушении симметрии в этой системе из сильно взаимодействующих атомов, например при присоединении к ней инород-

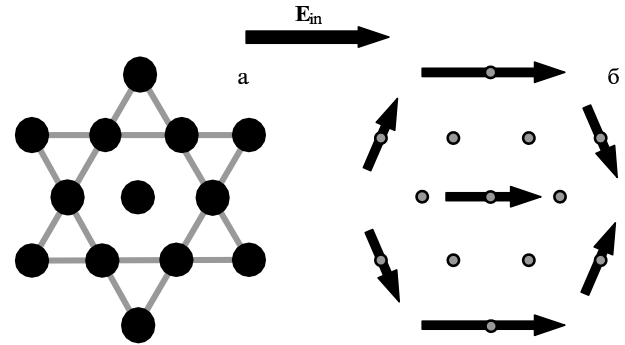


Рис. 6. (а) Геометрия "магической" системы из 13 резонансных атомов. (б) Распределение в этой системе локального поля.

ного атома или молекулы, баланс локальных полей в системе нарушается и восстанавливается резонансное подавление локального поля, исчезающее в симметричной "магической" системе. Подобное явление может быть использовано для создания нанометровых сенсоров для детектирования различных биологических молекул и т. п.

При приложении достаточно сильного электромагнитного поля к системе из сильно взаимодействующих атомов возможно появление нелинейно-оптических эффектов для локального поля, например возникновение солитонов. Подробное рассмотрение всего многообразия подобных интересных эффектов выходит за рамки этого доклада. Интересно отметить, однако, что некоторые нелинейные эффекты, такие как оптическая бистабильность и гистерезис, реализуемы даже в рассматриваемом здесь случае постоянной во времени амплитуды падающей электромагнитной волны. Появление оптической бистабильности для однородного, лоренцевского, локального поля в неограниченной среде было предсказано в работе [16] и позднее обнаружено экспериментально [17]. Однако возможность возникновения бистабильности и мультистабильности для коротковолновых локситонов, локальное поле в которых обладает сильной пространственной неоднородностью, ранее в литературе не обсуждалась. Нами было обнаружено, что этот эффект возможен даже в предельно простой системе из двух двухуровневых атомов с нелинейностью насыщения и сильным дипольным взаимодействием. Эта система, кроме того, представляет собой наиболее яркий пример возникновения самоиндуцированной неоднородности локального поля.

Для описания такой двухатомной системы мы будем использовать уравнения (3) и (4), положив в них $S = 1$. В зависимости от того, как ориентированы локальное и внешнее поля $\mathbf{E}_L \parallel \mathbf{E}_{in}$, перпендикулярно или параллельно линии, соединяющей оба атома, формула (4) будет содержать соответственно F_{\perp} или F_{\parallel} . Нормируя амплитуды всех входящих в задачу полей на поле насыщения двухуровневой системы E_{sat} , мы введём безразмерные амплитуды локального поля на обоих атомах $Y_j = E_j/E_{sat}$, где $j = 1, 2$, а также безразмерное поле падающей волны $X = E_{in}/E_{sat}$. В этих новых переменных система уравнений для локальных полей примет следующий вид:

$$Y_1 = X + \frac{\delta_{R2}(\delta - i) Y_2}{1 + \delta^2 + |Y_2|^2}, \tag{18a}$$

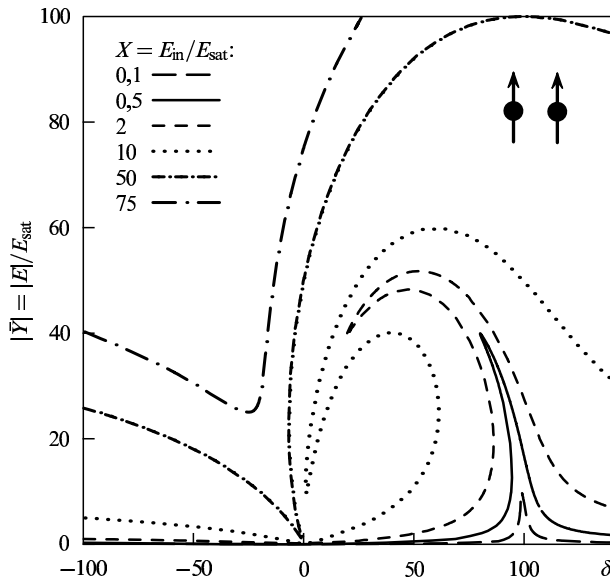


Рис. 7. Оптические бистабильность и гистерезис в системе из двух резонансных атомов с нелинейностью насыщения. Показаны зависимости нормированной амплитуды локального поля $|\bar{Y}|$ от частотной отстройки δ при $\delta_{R2} = 100$ и различных нормированных амплитудах X поля падающей волны.

$$Y_2 = X + \frac{\delta_{R2}(\delta - i) Y_1}{1 + \delta^2 + |Y_1|^2}, \quad (186)$$

где $\delta_{R2} \equiv \delta_R/2 > 0$. Уравнения (18) порождают два типа решений для локального поля в системе — две различные моды колебаний. Первый тип решения аналогичен однородному лоренцевскому решению для бесконечной цепочки из атомов, локальные поля на двух атомах при этом осциллируют синхронно. Система уравнений (18) в этом случае приводит к кубическому уравнению для $|\bar{Y}|^2$, которое несложно решить или проанализировать на графике (рис. 7). При $|\delta_{R2}| \gg 1$ наступление бистабильности и гистерезиса для \bar{Y} происходит при отстройке частоты лазера от частоты двухуровневого перехода $\delta \approx \delta_{R2}$, причём $\delta_{R2} - \delta > \sqrt{3}$. Пороговое значение поля падающей волны при этом $X_{thr} \approx [(2/\sqrt{3})^3/\delta_{R2}]^{1/2} \ll 1$, т.е. может быть значительно меньше поля насыщения двухуровневой системы E_{sat} .

Второй тип мультистабильного решения в случае, когда локальные поля на двух атомах осциллируют в противофазе, является, по существу, предельным случаем коротковолнового локситона, возникающего на противоположном краю частотной полосы локситонов при $\delta \approx -\delta_{R2}$. В пределе $|X| \ll \delta_{R2}$, помимо однородного, лоренцевского, локального поля $\bar{Y} \approx X/2$, нами было найдено неоднородное решение

$$Y_{1,2} = \bar{Y} \pm s, \quad (19a)$$

где

$$s = \frac{\sigma}{\sqrt{2}} \left(\sqrt{1 \mp R} - i \sqrt{1 \pm R} \right), \quad (19b)$$

$$\sigma = \sqrt{\delta_{R2}(\delta_{R2} + \delta) - 2\bar{Y}^2 \pm \bar{Y}^2 R}, \quad (19v)$$

$$R = \sqrt{1 - \frac{\delta_{R2}^2}{\bar{Y}^4}}. \quad (19r)$$

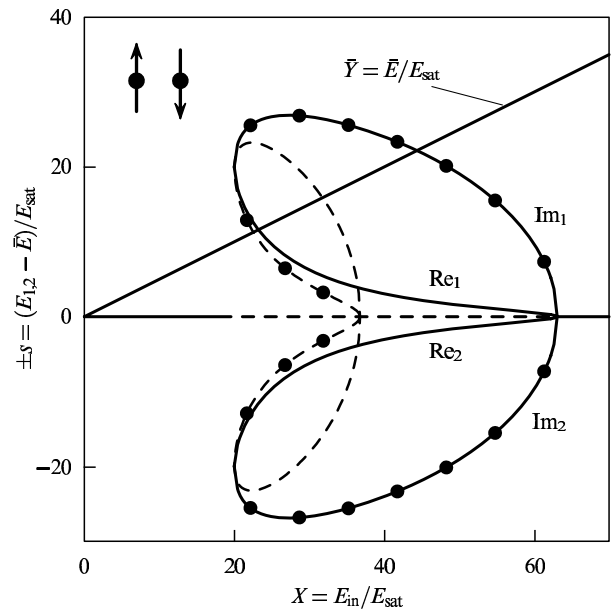


Рис. 8. Оптическая мультистабильность в системе из двух резонансных атомов с нелинейностью насыщения при $\delta_{R2} = 100$ и $\delta_{R2} + \delta = 10$. Сплошная жирная прямая показывает среднее однородное ("лоренцевское") решение, кривые изображают "неоднородную составляющую" полученного нами решения в зависимости от нормированной амплитуды X поля падающей волны. Сплошные кривые соответствуют стабильному, штриховые — нестабильному режимам; кривые, отмеченные кружками, показывают действительную часть решения, кривые без кружков — его мнимую часть.

Выбор знака в формулах (19б) и (19в) независим от выбора знака в (19а). В выражении (19а) один из знаков в \pm соответствует Y_1 , а другой — Y_2 , при этом в зависимости от выбора знака получаются два разных решения. Известно, что аналогичное свойство приводит к возникновению бистабильности разветвления (split-fork bistability) для волн, распространяющихся в противоположных направлениях в кольцевом резонаторе [18]. Необходимыми условиями для появления мультистабильного решения второго типа для локального поля являются $\delta_{R2} + \delta > \sqrt{3}$ и $X^2 > 4\delta_{R2}$. Как видно из рис. 8, вблизи порога бистабильности решение имеет три ветви: две стабильные, задаваемые выражениями (19), и одно нестабильное "лоренцевское" решение \bar{Y} . При $\delta_{R2} + \delta > 2$ существуют пять различных ветвей решения, но только две из них стабильны. Осцилляцию дипольных моментов двух атомов в противофазе, передаваемую членом $\pm s$ в формуле (19а), можно уподобить двум спином, один из которых ориентирован вдоль приложенного магнитного поля, а другой — в противоположном направлении.

Возвращаясь к отмеченной выше аналогии между поведением локальных полей в системе из атомов и поведением спинов в магнитных материалах, следует подчеркнуть, что наши исследования сосредоточены на тех эффектах, которые характерны для достаточно малых систем атомов, в то время как исследования магнитных явлений, как правило, направлены на нахождение усредненных, "термодинамических", свойств систем достаточно больших размеров. Возможно, применение нашего подхода, позволившего предсказать появление гигантских резонансов, "магических" чисел и конфигураций атомов и т.д., откроет дорогу к обнаружению подобных эффектов и в магнитных системах нанометровых масштабов.

Локситоны и дипольные страты имеют внутреннюю структуру нанометрового масштаба, причём многие интересные эффекты предполагают радикальные изменения локального поля даже между соседними атомами, т.е. на расстояниях порядка нескольких нанометров или меньших. Оптические методы плохо подходят для разрешения столь малых структур, так что более реалистичными методами для экспериментального обнаружения локситонов могут стать наблюдение предсказанных нами резонансов, определяемых размерами системы, и использование рентгеновского излучения или спектроскопии рассеяния электронов (electron energy loss spectroscopy).

Следует отметить, что локситоны и дипольные наностраты могут открыть новые возможности для создания элементов для молекулярных компьютеров и других наноустройств [19]. Существенным преимуществом локситонов по сравнению с электронами в полупроводниках и металлах является то, что для возникновения локситонов не требуется электрического тока и переноса заряда. Это преимущество могло бы способствовать дальнейшему уменьшению размеров логических элементов компьютеров, поскольку полупроводниковая технология на масштабах менее 10 нм сталкивается со значительными проблемами, связанными с выделением тепла.

Локситоны могли бы работать как в пассивных элементах (например, для передачи данных или создания линий задержки), так и в активных (переключателях или логических устройствах). Наноструктуры, основанные на локситонах, могли бы, таким образом, дополнить спектр альтернативных нанотехнологий, включающий в себя плазмонику (plasmonics) [20, 21], во многом опирающуюся на поверхностные плазмоны [10, 11], и спинтроннику (spintronics) [22]. Кроме того, локситоны могут найти применение при создании наносенсоров биологических молекул и других частиц или примесей. Такой наносенсор можно сконструировать из резонансных молекул-рецепторов, которые избирательно присоединяют к себе интересующие нас молекулы или частицы, или же молекулы-рецепторы могут быть присоединены к частицам, обладающим оптическим резонансом. Используя "магическую" конфигурацию молекул, можно добиться того, что локситон в такой системе не исчезает даже при точном резонансе лазерного излучения с составляющими её молекулами, при этом при присоединении интересующей нас биологической молекулы к наносенсору локситон будет подавлен.

Ещё более захватывающие возможности открываются в цепочках и решётках из атомов с инверсной населённостью резонансного квантового перехода, которую можно создать с помощью какого-либо рода накачки (например, оптической). Такие системы могут открыть путь к манипулированию локситонами, их усилению и, возможно, даже к когерентной генерации локситонов — своего рода "локситонному лазеру" ("locster").

Итак, нами было показано, что подвергая цепочки и решётки из сильно взаимодействующих атомов (в том числе, двухатомную систему) действию лазерного излучения с частотой близкой к частоте атомного резонанса, можно добиться появления дипольных нанострат и коротковолновых возбуждений локального поля — локситонов. Связанные с локситонами эффекты включают в себя гигантские резонансы локального поля, определяемые размерами системы, наличие "магических"

чисел и конфигураций атомов, отмеченных исчезновением резонансного подавления локального поля в системе, а также оптическую бистабильность и гистерезис.

Авторы благодарят Управление по научным исследованиям ВВС США (US AFOSR) за финансирование работы.

Список литературы

1. Kaplan A E, Volkov S N *Phys. Rev. Lett.* **101** 133902 (2008)
2. Born M, Wolf E *Principles of Optics* 6th ed. (Oxford: Pergamon Press, 1980), глава 2 и содержащиеся в ней ссылки [Борн М, Вольф Э *Основы оптики* 2-е изд. (М.: Наука, 1973)]
3. Aharoni A *Introduction to the Theory of Ferromagnetism* 2nd ed. (Oxford: Oxford Univ. Press, 2000)
4. Kittel Ch *Introduction to Solid State Physics* 7th ed. (New York: Wiley, 1996) [Киттель Ч *Введение в физику твёрдого тела* (М.: Наука, 1978)]
5. Bowden C M, Dowling J P *Phys. Rev. A* **47** 1247 (1993)
6. Maki J J et al. *Phys. Rev. Lett.* **67** 972 (1991)
7. Бутылкин В С, Каплан А Е, Хронополо Ю Г *ЖЭТФ* **59** 921 (1970) [Butylkin V S, Kaplan A E, Khronopulo Yu G *Sov. Phys. JETP* **32** 501 (1971)]
8. Ландау Л Д, Лифшиц Е М *Теория поля* (М.: Наука, 1988) [Landau L D, Lifshitz E M *The Classical Theory of Fields* (Oxford: Butterworth-Heinemann, 1980)]
9. Steel D G, Rand S C *Phys. Rev. Lett.* **55** 2285 (1985)
10. Shalaev V M et al. *Opt. Lett.* **30** 3356 (2005)
11. Markel V A, Sarychev A K *Phys. Rev. B* **75** 085426 (2007)
12. Yablonovitch E *Phys. Rev. Lett.* **58** 2059 (1987)
13. Сандомирский В Б *ЖЭТФ* **52** 158 (1967) [Sandomirskii V B *Sov. Phys. JETP* **25** 101 (1967)]
14. Chernyak V, Volkov S N, Mukamel S *Phys. Rev. Lett.* **86** 995 (2001)
15. Kaplan A E et al. *Phys. Rev. A* **61** 032101 (2000)
16. Bowden C M, Sung C C *Phys. Rev. A* **19** 2392 (1979)
17. Hehler M P et al. *Phys. Rev. Lett.* **73** 1103 (1994)
18. Kaplan A E, Meystre P *Opt. Commun.* **40** 229 (1982)
19. Heath J R, Ratner M A *Phys. Today* **56** (5) 43 (2003)
20. Murray W A, Barnes W L *Adv. Mater.* **19** 3771 (2007)
21. Fainman Y et al. *Opt. Photon. News* **17** (7) 24 (2006)
22. Žutić I, Fabian J, Das Sarma S *Rev. Mod. Phys.* **76** 323 (2004)

PACS numbers: **05.40.** – a, **05.45.** – a, 42.25.Dd, **46.65.** + g, 47.27.cb
DOI: 10.3367/UFNr.0179.200905j.0547

Современные методы статистического описания динамических стохастических систем

В.И. Кляцкин

1. Введение

С.М. Рыгов уделял большое внимание развитию функциональных методов анализа стохастических систем на семинарах по статистической радиофизике, возглавляемых им. Эти методы он называл *радиоматематикой*. Я принимал участие в работе этих семинаров с конца 1960-х годов. С.М. Рыгов часто задавал, в частности и мне, вопрос: "Что Вы изучаете?" Я традиционно отвечал, что решения стохастических уравнений (обыкновенных дифференциальных и в частных производных или интегральных) являются функционалами от случайных коэффициентов этих уравнений и я изучаю зависимость статистических характеристик этих решений от различных моделей и статистических параметров этих коэффициентов. Примерно 30 лет я считал этот ответ исчерпывающим. И только в последние 10–15 лет, я понял всю актуальность вопроса "что Вы изучаете?" и полную